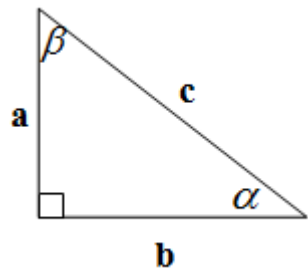


GUIA TRIGONOMETRIA

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Utilizaremos un triángulo rectángulo, para definir las funciones trigonométricas: seno (sen), coseno (cos), tangente (tan).



En un triángulo rectángulo, estas funciones se definen como:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tan } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS:

$$\text{cosec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \text{cosecante}$$

Función Inversa del seno (sen = sin)

$$\text{sec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \text{secante}$$

Función Inversa del coseno (cos)

$$\text{cot } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \text{cotangente}$$

Función Inversa de la Tangente (tan = tg)

Aquí se puede conocer las funciones $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$, para poder calcular las otras funciones, veamos por qué:

$$\text{cosec } \alpha = \frac{1}{\text{sen } \alpha}$$

$$\text{cot } \alpha = \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha}$$

$$\text{sec } \alpha = \frac{1}{\text{cos } \alpha}$$

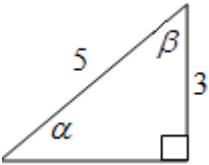
$$\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$$

PARA CALCULAR LAS MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS, UTILIZANDO TRIGONOMETRÍA, SE UTILIZA “ARC” O “LA FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA ELEVADO A - 1 ”.

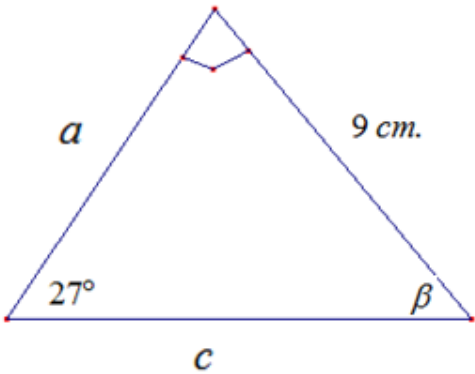
TABLA DE RAZONES TRIGONOMETRIACAS DE ANGULOS NOTABLES

α:	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	→ ∞	0	→ -∞

EJEMPLO 1: Un ángulo agudo α tiene $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}$. Calcular las restantes razones trigonométricas de este ángulo.

Por teorema de Pitágoras buscamos el otro cateto del triángulo, el cual es 4  Ahora aplicamos las definiciones de las funciones trigonométricas y encontramos: $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}$ $\cos\alpha = \frac{c.ad.}{hip} = \frac{4}{5}$ $\tan\alpha = \frac{c.op.}{c.ad.} = \frac{3}{4}$	Lado faltante = $x = ?$
	$\alpha = ?$
$\beta = ?$	

EJEMPLO 2: En el siguiente triángulo rectángulo, calcular el valor de a ; c ; β



EJERCICIOS

- 1) Si $\cos \beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$, encuentra las otras funciones trigonométricas. Entrega los valores racionalizados.
- 2) Si $\cos \beta = 0,2$, encuentra las otras funciones trigonométricas. (Utilizar todos los decimales)
- 3) Si $\tan \alpha = \frac{5}{9}$, encuentra las otras funciones trigonométricas. Entrega los valores racionalizados.
- 4) Resolver los triángulos rectángulos para los datos dados. Usa calculadora.

a) $\alpha = 24^\circ$ y $c = 16$.

b) $a = 32,46$ y $b = 25,78$

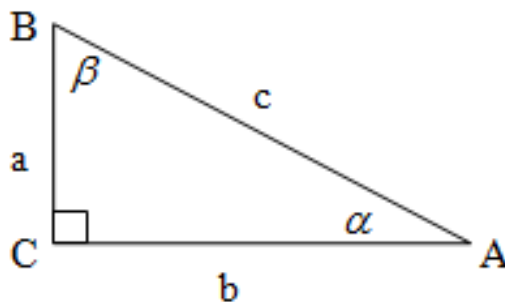
c) $\alpha = 24^\circ$ y $a = 16$

d) $\beta = 71^\circ$, $c = 44$

e) $a = 312,7$; $c = 809$

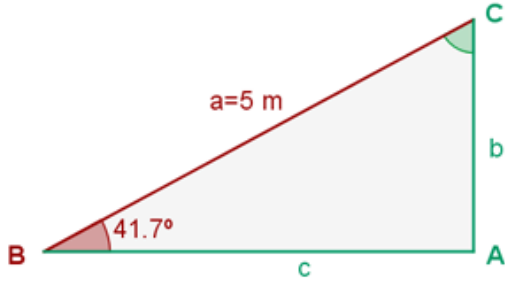
f) $b = 4.218$; $c = 6.759$

g) $\beta = 81^\circ 12'$; $a = 43,6$



EJERCICIOS RESUELTOS

- 5) De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $a = 5 \text{ m}$ y $B = 41.7^\circ$. Resolver el triángulo.

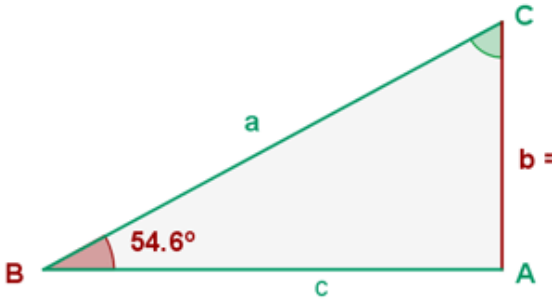


$$C = 90^\circ - 41.7^\circ = 48.3^\circ$$

$$b = a \cdot \operatorname{sen} B \quad b = 5 \cdot \operatorname{sen} 41.7^\circ = 3.326 \text{ m}$$

$$c = a \cdot \cos B \quad c = 5 \cdot \cos 41.7^\circ = 3.733 \text{ m}$$

- 6) De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $b = 3 \text{ m}$ y $B = 54.6^\circ$. Resolver el triángulo.

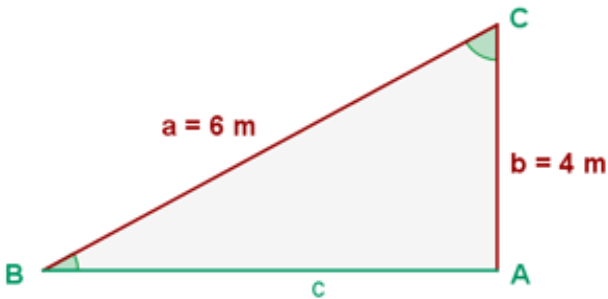


$$c = \frac{b}{\operatorname{tg} B} \quad c = \frac{3}{\operatorname{tg} 54.6^\circ} = 2.132 \text{ m}$$

$$a = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \quad a = \frac{3}{\operatorname{sen} 54.6^\circ} = 3.68 \text{ m}$$

$$C = 90^\circ - 54.6^\circ = 35.4^\circ$$

- 7) De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $a = 6 \text{ m}$ y $b = 4 \text{ m}$. Resolver el triángulo.

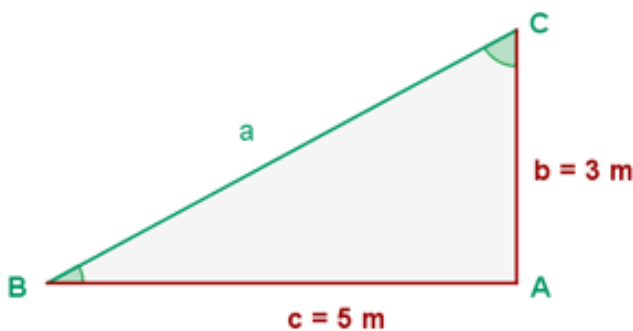


$$C = \arccos \frac{4}{6} = 48.19^\circ$$

$$B = 90^\circ - 48.19^\circ = 41.81^\circ$$

$$c = a \cdot \operatorname{sen} C \quad c = 6 \cdot \operatorname{sen} 48.19^\circ = 4.47 \text{ m}$$

- 8) De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $b = 3 \text{ m}$ y $c = 5 \text{ m}$. Resolver el triángulo.

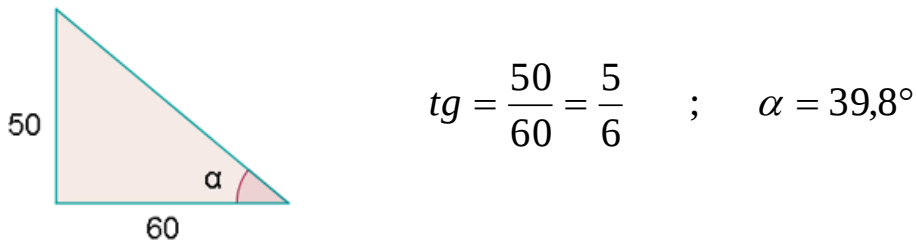


$$C = \arctg \frac{5}{3} = 59.04^\circ$$

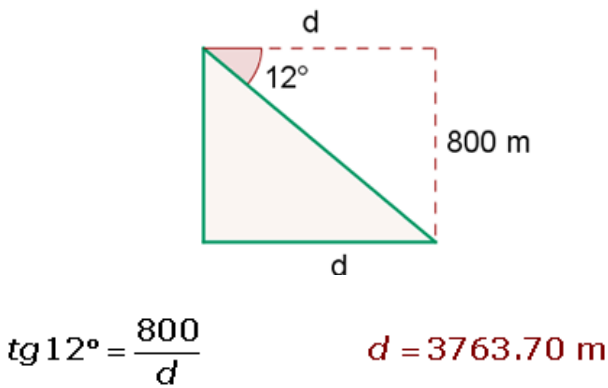
$$B = 90^\circ - 59.04^\circ = 30.96^\circ$$

$$a = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \quad a = \frac{5}{\operatorname{sen} 59.04^\circ} = 5.831 \text{ m}$$

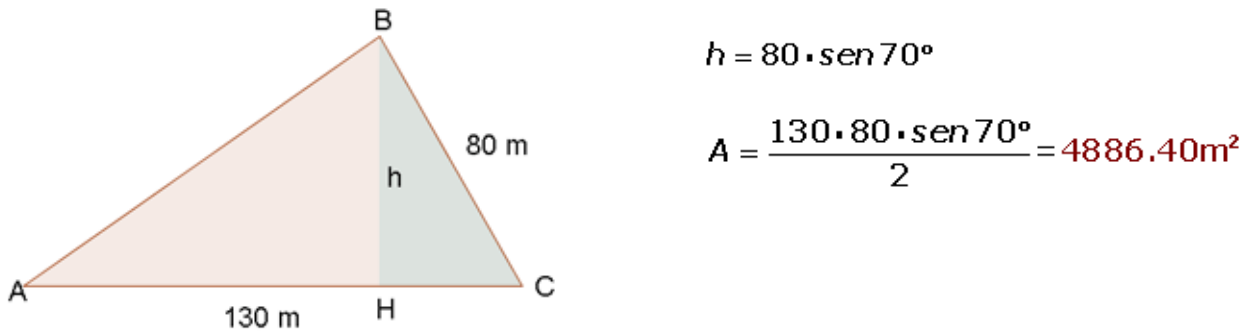
9) Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.



10)Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12°. ¿A qué distancia del pueblo se halla?



11)Calcular el área de una parcela triangular, sabiendo que dos de sus lados miden 80 m y 130 m, y forman entre ellos un ángulo de 70°.



12)Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60°.

	$tg 30^\circ = \frac{h}{10+x} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{10+x}$	$tg 60^\circ = \frac{h}{x} \quad \sqrt{3} = \frac{h}{x}$
	$\begin{aligned} 10\sqrt{3} + \sqrt{3}x &= 3h \\ -\sqrt{3}x &= -h \\ \hline 10\sqrt{3} &= 2h \end{aligned} \quad h = 5\sqrt{3}$	