

ALGEBRA PARTE 2

FACTORIZACIÓN

FACTORIZACION DE UN POLINOMIO: Para factorizar un polinomio tendremos en cuenta:

1 **CUANDO HAY FACTOR COMUN:** Sacar factor común, de una suma (o resta), consiste en transformarla en un producto. Aplicaríamos la propiedad distributiva

EJEMPLOS:

$$1) a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d =$$

$$2) x^3 + x^2 =$$

$$3) 2x^4 - 4x^2 =$$

$$4) 9a^2b^3 + 3ab^2c - 27a^3b^3 =$$

$$5) \frac{2}{20}x^5y^2 - \frac{6}{5}x^4yz^2 + \frac{14}{15}x^2y^3z =$$

2 CUANDO HAY DOBLE EXTRACCIÓN DE FACTORES COMUN (POR AGRUPAMIENTO O POR POLINOMIO):

EJEMPLOS:

$$1) x(a+b) + y(a+b) =$$

$$2) 2a(m-2n)-b(2n-m)=$$

$$3) (x+y)(n+1)-3(n+1)=$$

$$4) a(2+x)-(-x-2)=$$

$$5) (2x+3)(3-y)-(2x-5)(3-y)= \quad \textbf{Respuesta} : (3-y) \cdot [8] = 8 \cdot (3-y)$$

$$6) x^2 - a \cdot x - b \cdot x + a \cdot b =$$

$$7) xy - 2x - 3y + 6 =$$

$$8) 3x^2 - by - 3bx + xy =$$

$$9) 6ac - 4ad - 9bc + 6bd + 15c^2 - 10cd =$$

10) $\frac{2}{3}am - \frac{8}{3}an - \frac{4}{5}bm + \frac{16}{5}bn =$

11) $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a =$

Respuesta : $(3x^2 - 1) \cdot [x - 3a]$

3 SI TENEMOS UN BINOMIO: Corresponden a Diferencia de Cuadrados, Suma de Cubos, y Diferencia de Cubos, ver en Producto Notable.

4 SI TENEMOS UN TRINOMIO:

A) Trinomio Cuadrado Perfecto (Cuadrado de Binomio): Un trinomio cuadrado perfecto es igual a un binomio al cuadrado. Ver en Producto Notable.

$$a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a \pm b) \cdot (a \pm b) = (a \pm b)^2$$

EJEMPLOS:

1) $x^2 - 4x + 4 =$

2) $9 + 6x + x^2 =$

$$3) 4x^4 - 12x^2 + 9 =$$

$$4) b^2 - 12b + 36 =$$

$$\text{Respuesta : } (b-6) \cdot (b-6) = (b-6)^2$$

$$5) 1 + 6a + 9a^2 =$$

$$6) 4x^4 + 12x^2y + 9y^2 =$$

$$7) 25x^2 + 70xy + 49y^2 =$$

$$\text{Respuesta : } (5x+7y) \cdot (5x+7y) = (5x+7y)^2$$

$$8) -25x^2 - 70xy - 49y^2 =$$

B) Trinomio de la Forma $x^2 + bx + c$

$$x^2 + bx + c = (x + x_1) \cdot (x + x_2)$$

$$x_1 + x_2 = b$$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

EJEMPLOS:

$$1) x^2 + 4x + 3 =$$

$$2) x^2 - x - 6 =$$

3) $x^2 + 6x + 5 =$

Respuesta : $(x + 5) \cdot (x + 1)$

4) $a^2 - 14a + 33 =$

Respuesta : $(a - 11) \cdot (a - 3)$

5) $x^2 + 4xy - 12y^2 =$

6) $a^2 + 14ab + 24b^2 =$

C) Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$

Se diferencia del anterior, debido a que el término al cuadrado (x^2), se encuentra precedido, por un número diferente de uno (debe ser positivo), y del cual, no se puede sacar su cuadrado

EJEMPLOS:

1) $3x^2 + 8x + 5 =$

2) $2x^2 - 11x + 5 =$

3) $5x^2 + 11x + 2 =$

Respuesta : $(x + 2) \cdot (5x + 1)$

$$4) 3a^2 + 10ab + 7b^2 =$$

$$5) 7x^2 - 15xy + 2y^2 =$$

Respuesta : $(x - 2y) \cdot (7x - y)$

SIMPLIFICACION DE FRACCIONES ALGEBRAICAS: Se debe utilizar, las propiedades de las potencias, productos notables y/o factorización.

EJEMPLOS:

$$1) \frac{5x^2y}{20xy^3} =$$

$$2) \frac{24a + 16b}{15a + 10b} =$$

$$3) \frac{5x + 5y}{x^2 + 2xy + y^2} =$$

$$4) \frac{a^3 + 3a^2 - 10a}{a^3 - 4a^2 + 4a} =$$

MINIMO COMUN MULTIPLO (mcm) DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS: Parecido al mcm con números, solo hay que agregar letras a la operación, donde se utilizan potencias, producto notables y/o factorización.

EJEMPLOS:

1) $9x^2y$; $6xy^4$; $12x^5y$

$9x^2y$	$6xy^4$	$12x^5y$	

2) $x^2 + 5x + 6$; $x^2 + 6x + 9$; $x^2 + 3x + 2$; $x + 2$

$(x+3) \cdot (x+2)$	$(x+3) \cdot (x+3)$	$(x+2) \cdot (x+1)$	$(x+2)$	

3) $a - b$; $3b - 3a$; $a^2 - b^2$; $-5a - 5b$

$(a - b)$	$-3 \cdot (a - b)$	$(a + b) \cdot (a - b)$	$-5 \cdot (a + b)$	

4) $6x^3 - 6y^3$; $x^2 + xy + y^2$; $2 \cdot (x - y)$

Respuesta :

$\rightarrow 6x^3 - 6y^3 = 6 \cdot (x^3 - y^3) = 6 \cdot (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$

$\rightarrow x^2 + xy + y^2$

$\rightarrow 2 \cdot (x - y)$

$6 \cdot (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$	$x^2 + xy + y^2$	$2 \cdot (x - y)$	$2 \cdot (x - y)$
$3 \cdot (x^2 + xy + y^2)$	$x^2 + xy + y^2$	1	$3 \cdot (x^2 + xy + y^2)$
1	1	1	$6 \cdot (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$

SUMA Y RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS: Parecido a la suma y resta de fracciones, solo hay que agregar letras a la operación, y el mcm se realiza, como se explicó anteriormente.

EJEMPLOS:

$$1) -\frac{2}{a} - \frac{7}{a^2} + \frac{3}{2a} =$$

$$2) \frac{6a}{21a-14} - \frac{4a-1}{3a-2} =$$

$$3) 2 + \frac{5x}{x^2-4} - \frac{x-1}{x^2+x-6} =$$

EJERCICIOS	RESULTADO
1) $\frac{m-2}{8m} + \frac{3m-1}{5m} =$	$\frac{29m-18}{40m}$
2) $m-2 - \frac{5}{m+1} =$	$\frac{m^2-m-7}{m+1}$
3) $\frac{2}{x^2-1} + \frac{3x}{x^2-x-2} =$	$\frac{3x-1}{(x-2)(x-1)}$
4) $\frac{x}{x-2y} - \frac{2xy}{x^2-2xy} + \frac{y}{x} =$	$\frac{x+y}{x}$
5) $\frac{p+17}{p^2-p-12} + \frac{p+1}{p^2+5p+6} - \frac{6}{p^2-2p-8} =$	$\frac{2}{p-4}$

MULTIPLICACION Y DIVISION (COCIENTE) DE FRACCIONES ALGEBRAICAS: Antes de simplificar las fracciones, debes utilizar productos notables y/o factorización, luego realiza la operación correspondiente.

EJEMPLOS:

$$1) -\frac{2xy^4}{3a^3b} \cdot \frac{5x^3y}{-7ab^4} =$$

$$2) \frac{x^2 y^3}{(a^3 b^4)^5} : \frac{(a^2 b^3)^4}{(x^2 y)^5} =$$

$$3) \frac{-x^2 - 9x - 18}{x^2 + 8x + 15} \cdot \frac{x^2 + 7x + 10}{-x^2 - 11x - 18} =$$

$$4) \frac{6x^2 + 9xy}{a^3} : \frac{14x^3 + 21x^2 y}{a} =$$

$$5) \frac{x^3 + x}{3x^2 + 5x + 2} \cdot \left(\frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x} : \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 2x + 1} \right) =$$