

MATEMATICA FINANCIERA

1. Porcentaje y Crecimiento Porcentual

- Porcentaje: Representa una fracción de 100, usado para expresar aumentos o disminuciones relativas.
- Crecimiento porcentual: Incremento o decremento relativo de una cantidad expresado en porcentaje.

Fórmulas principales:

A) Cálculo de aumento o descuento porcentual: Cantidad nueva = *Cantidad original* · $\left(1 \pm \frac{p}{100}\right)$

Donde p es el porcentaje de aumento (+) o descuento (-).

B) Crecimiento compuesto: $M = C \cdot (1 + r)^n$

Donde:

- M = monto final
- C = capital inicial
- r = tasa de crecimiento (en decimal)
- n = número de períodos.

Ejemplo 1: Un televisor cuesta \$320.000 y tiene un descuento del 15%. ¿Cuál es su precio final?

Descuento = 15% de \$320.000 = \$320.000 × 0,15 = \$48.000

Precio final = \$320.000 – \$48.000 = **\$272.000**

Ejemplo 2: El valor de un terreno aumenta un 8% anual. Si actualmente vale \$5.000.000, ¿cuánto valdrá dentro de 5 años?

Usamos crecimiento compuesto:

$$M = 5.000.000 \cdot (1 + 0,08)^5$$

$$M = 5.000.000 \cdot (1,4693) = 7.346.500$$

Respuesta: \$7.346.500

2. Tasas de Interés: Tipos de interés:

- **Interés simple:** Se calcula solo sobre el capital inicial.
- **Interés compuesto:** Se calcula sobre el capital inicial más los intereses acumulados.

Fórmulas:

A) Interés simple:

$$I = C \cdot r \cdot t$$

$$M = C + I = C \cdot (1 + r \cdot t)$$

B) Interés compuesto: $M = C \cdot (1+r)^t$

Donde:

- C = capital inicial
- r = tasa de interés por período (decimal)
- t = número de períodos,
- M = monto final.

Ejemplo 1: Depositas \$750.000 en una cuenta que paga interés simple del 7% anual. ¿Cuánto tendrás después de 3 años?

$$\text{Interés} = \$750.000 \times 0,07 \times 3 = \$157.500$$

$$\text{Monto final} = \$750.000 + \$157.500 = \mathbf{\$907.500}$$

Ejemplo 2: Invertiste \$1.200.000 a interés compuesto anual del 6%. ¿Cuánto tendrás al cabo de 4 años?

$$M = 1.200.000 \times (1,06)^4 = 1.200.000 \times 1,2625 = 1.515.000$$

Respuesta: \$1.515.000

3. Créditos de Consumo

- El crédito implica devolver el capital más intereses.
- Se puede pagar en cuotas iguales (sin interés o con interés).

Cálculos básicos:

A) Cuota sin interés: $Cuota = \frac{Monto}{Número\ de\ cuotas}$

B) Monto total con interés simple o compuesto: Se calcula con las fórmulas anteriores.

Ejemplo 1: Solicitas un crédito de \$2.000.000 a 10 meses con interés simple mensual del 1.5%. ¿Cuánto pagarás al final?

$$\text{Interés} = \$2.000.000 \times 0,015 \times 10 = \$300.000$$

$$\text{Total a pagar} = \$2.000.000 + \$300.000 = \mathbf{\$2.300.000}$$

Ejemplo 2: Compras un computador de \$900.000 y decides pagarlo en 9 cuotas sin interés. ¿Cuánto pagarás por cuota?

$$\text{Cuota} = \$900.000 \div 9 = \mathbf{\$100.000}$$

4. Créditos Hipotecarios

- Son créditos a largo plazo con pagos periódicos (dividendos).
- La tasa de interés suele ser anual, pero se puede capitalizar mensualmente.

Fórmulas:

A) Cálculo del dividendo mensual (anualidad ordinaria): $D = C \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$

Donde:

- D = dividendo mensual,
- C = capital del crédito,
- I = tasa de interés mensual (decimal),
- n = número total de cuotas.

B) Monto total pagado: $\text{Total} = D \cdot n$

Ejemplo 1: Pides un crédito hipotecario de \$80.000.000 a 25 años con tasa anual compuesta del 5%, pagos mensuales. ¿Cuál es la tasa mensual y cuántas cuotas pagarás?

Tasa mensual: 5% anual $\rightarrow i = \frac{0,05}{12} = 0,004167 \cdot 100 = \mathbf{0,4167\%}$

Número de cuotas: 25 años $\times$ 12 meses = **300 cuotas**

Ejemplo 2: Calcula el dividendo mensual de un crédito de \$20.000.000 a 10 años con tasa mensual 0,3% (compuesta).

- C = 20.000.000
- I = 0,003
- N = 10 $\times$ 12 = 120

Fórmula del dividendo: $D = C \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$

Calculamos: $(1+0,003)^{-120} = (1,003)^{-120} \approx 0,698$

Entonces: $D = 20.000.000 \times \frac{0,003}{1 - 0,698} = 20.000.000 \times \frac{0,003}{0,302} = 20.000.000 \times 0,00993 = 198.600$

Respuesta: Dividendo mensual = \$198.600

5. AFP y Jubilación

- Cotización mensual o anual que genera un fondo acumulado.
- El fondo crece con una tasa de rentabilidad anual.
- Al jubilar, el fondo se puede retirar en cuotas (renta vitalicia o retiro programado).

Fórmulas:

A) Monto acumulado con aportes periódicos (anualidad ordinaria):
$$S = PMT \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Donde:

- S = monto acumulado,
- PMT = aporte periódico,
- r = tasa de rentabilidad periódica,
- n = número de períodos.

B) Cálculo de retiro mensual (anualidad ordinaria):
$$PMT = S \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

Donde:

- PMT = monto mensual retirado,
- S = fondo acumulado,
- r = tasa de interés mensual,
- n = número de meses de retiro.

Ejemplo 1: Cotizas \$120.000 mensuales durante 25 años con una rentabilidad anual del 3%. ¿Cuánto tendrás acumulado?

- Aporte anual: $\$120.000 \times 12 = \$1.440.000$
- $r = 0,03$
- $n = 25$

Formula anualidad:

$$S = PMT \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

$$S = 1.440.000PMT \cdot \frac{(1,03)^{25} - 1}{0,03} \quad // \quad (1,03)^{25} \approx 2,093$$

$$S = 1.440.000 \cdot \frac{2,093 - 1}{0,03} = 1.440.000 \cdot 36,433 = \mathbf{52.464.000}$$

Ejemplo 2: Si con ese fondo decides retirar mensualmente durante 15 años con una rentabilidad anual del 3%, ¿cuánto recibirás al mes?

- $S = 52.464.000$
- $r = \frac{0,03}{12} = 0,0025$
- $n = 15 \times 12 = 180$

Fórmula para retiro mensual: $PMT = S \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$

Calculamos: $(1 + 0,0025)^{-180} = (1,0025)^{-180} \approx 0,6407$

$$\text{Entonces: } PMT = 52.464.000 \cdot \frac{0,0025}{1 - 0,6407} = 52.464.000 \cdot \frac{0,0025}{0,3593} = 52.464.000 \cdot 0,00696 = 364.000$$

Respuesta: Retiro mensual = \$364.000

6. Índices Económicos y Actualización de Valores

- La UF y el IPC son índices que ajustan valores monetarios para mantener su poder adquisitivo.
- La actualización se hace aplicando el porcentaje de variación del índice.

Fórmula: Valor actualizado = Valor original $\times$ (1 + tasa de variación)

Ejemplo 1: Si la UF sube un 4% en un año, ¿cuánto valdrá una deuda de 750 UF si hoy 1 UF = \$30.000?

UF ajustada: $750 \times 1,04 = 780$ UF

En pesos: $780 \times 30.000 = 23.400.000$

Ejemplo 2: Un sueldo de \$700.000 se reajusta con un IPC anual del 3,5%. ¿Cuál será el sueldo reajustado?

$700.000 \times 1,035 = 724.500$