RAZON Y PROPORCIONALIDAD

1) Una **RAZÓN O RELACIÓN** de dos cantidades, es el resultado de comparar dos cantidades. Dicha comparación podría indicarse como una razón, en cuatro formas distintas:

1) $a:b$	**2)** $a \div b$
3) $\frac{a}{b}$	**4)** La razón de “a” es a “b”

Así, la razón de 8 a 4 se puede escribir:

1) $8:4$	**2)** $8 \div 4$
3) $\frac{8}{4}$	**4)** La razón de 8 es a 4

De modo general, podemos decir que: Una razón es un cociente entre dos cantidades. El valor de ese cociente se llama valor de la razón.

Si se tiene dos cantidades a y b, se dice “a es a b” y se escribe $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$.
Al término “a” le llamamos antecedente, y al término “b” le llamamos consecuente.

EJEMPLO:

Así, en la razón 8 ÷ 4, el antecedente es 8 y el consecuente 4.

Hay que tener presente que las comparaciones, por medio de una razón, se hacen en unidades del mismo tipo. Por ejemplo: para expresar la relación entre 6 m y 30 cm, ambas cantidades deben expresarse en la misma unidad. Entonces, la forma apropiada para esta relación es 600 cm : 30 cm, no 6m : 30 cm.

EJEMPLOS

1) Suponga que en un curso hay 13 hombres y 25 mujeres. Entonces “la razón” entre hombres y mujeres del curso es $\frac{13}{25}$ se lee “13 es a 25”.

2) En una caja hay 5 fichas rojas y 7 verdes. La razón entre las fichas verdes y las fichas rojas es $\frac{7}{5}$, se lee “7 es a 5”.

Para reducir la razón 15 : 20, a los términos de menor valor, se escribe la razón como una fracción, y luego se procede a simplificar.

Entonces, 15 : 20 se transforma en

$$\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$$

Y se lee 15 es a 20 como 3 es a 4.

Por tanto, la razón de 15 : 20, es la misma que la razón de 3 : 4.

<u>Razón inversa:</u> Con frecuencia, es útil comparar los números de una razón en el orden inverso. Para hacer esto, simplemente intercambiamos el numerador y el denominador. Entonces, la inversa de 15 : 20 es 20 : 15. Cuando los términos de una razón se intercambian resulta una razón inversa.

2) Una **<u>PROPORCIÓN</u>** es la igualdad de dos razones.

3) Los números **a**, **b**, **c** y **d** forman una proporción, por ejemplo, si la razón entre **a** y **b** es **igual** a la razón entre **c** y **d**, con b y d distinto de cero, queda:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	**Se lee, "a" es a "b" como "c" es a "d"**

4) **a** y **d** son los **términos extremos** de la proporción; **b** y **c** son los **términos medios**.

5) En toda proporción, se verifica que el producto de sus términos extremos, es igual al producto de sus términos medios.

6) En la proporción se verifica que:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$	$\Rightarrow \quad a\cdot d=b\cdot c$ $\Rightarrow \quad a\cdot d=c\cdot b$ $\Rightarrow \quad d\cdot a=b\cdot c$ $\Rightarrow \quad d\cdot a=c\cdot b$

<u>EJEMPLOS</u>

1) $\frac{3}{x}=\frac{15}{25}$

2) $\frac{4}{7}=\frac{x}{21}$; $x=12$

3) $\frac{a}{12}=\frac{-3}{36}$; $a=-1$

4) $\frac{1/4}{-6}=\frac{z}{-2{,}5}$; $z=\frac{5}{48}$

5) $\frac{w}{-0{,}3}=\frac{1{,}\overline{4}}{2\frac{4}{5}}$; $w=-\frac{13}{84}$

PROPORCIÓN DIRECTA

1) Dos magnitudes son directamente proporcionales, si al **aumentar** una de ellas, cierto número de veces, la otra también **aumenta**, el mismo número de veces.
2) Dos magnitudes son directamente proporcionales, si al **disminuir** una de ellas, cierto número de veces, la otra también **disminuye**, el mismo número de veces.

EJEMPLOS

1)	Una máquina, fabrica 400 clavos en 2 horas. ¿Cuántos clavos fábrica en 15 horas?
2)	Un automóvil, gasta 8 litros de bencina cada 100 kilómetros recorridos. Si quedan, sólo 7 litros en el estanque, ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer sin rellenar el estanque?

PROPORCIÓN INVERSA

1) Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si al **aumentar** una de ellas, cierto número de veces, la otra magnitud **disminuye**, el mismo número de veces.
2) Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si al **disminuir** una de ellas, cierto número de veces, la otra magnitud **aumenta**, el mismo número de veces.

EJEMPLOS

1) Tres hombres, necesitan 24 días para hacer un trabajo. ¿Cuánto días demorarán, 18 hombres con el mismo rendimiento, para hacer el mismo trabajo?
2) Un barco que navega a 24 km/hora ha tardado 12 horas en hacer un recorrido. ¿Cuánto tardará en hacer el mismo recorrido otro barco que navega a 32 km/hora?

PROPORCIÓN COMPUESTA

En todos estos problemas, aparecen más de 2 magnitudes, y se resuelven, planteando una regla de tres compuesta, siguiendo estos pasos:

1º Escribir todas las magnitudes que aparecen, con la unidad en que las vamos a medir.

2º Leemos el problema, y colocamos las cantidades en la magnitud correspondiente. Recuerda, que si no están en la misma unidad, hay que pasarlas a la misma unidad. Llamamos "x", a la cantidad que tenemos que calcular (incógnita).

3º Comparamos cada magnitud, con la magnitud en la que está "x", para saber si es directa o inversa, utilizamos los signos "+" y " – " Recuerda que:

Directa (D)	**Inversa (I)**
+ ____________________ +	+ ____________________ –
– ____________________ –	– ____________________ +

4º Escribir primero, la fracción de la magnitud en la que está la "x", seguida del signo = , después escribir el producto, de las fracciones de las otras magnitudes, teniendo en cuenta que:

A) Si es Directa, formamos la fracción números, igual que aparecen en la regla de tres.

B) Si es Inversa, escribimos la fracción inversa.

5º Resolvemos la proporción, y tenemos la solución del problema.

EJEMPLOS

1) 5 caballos en 4 días, consumen 60 kg de comida. ¿Cuántos días, podrán alimentarse a 8 caballos, con 360 kg de comida?
2) Una fábrica trabajando 8 horas diarias, ha necesitado 5 días, para fabricar 1.000 ruedas. ¿Cuántos días tardará, para fabricar 3.000 ruedas, si trabaja 10 horas diarias?

3) 1 cine dando 2 sesiones diarias, puede dar entrada, a 18.000 personas en 30 días. ¿A cuántas personas, podrán recibir 4 cines, dando 3 sesiones diarias durante 45 días?

PORCENTAJE

Se resuelve igual que una proporción, pero una de las magnitudes, siempre será porcentaje, los valores inferiores de cada razón, son los totales de cada magnitud.

EJEMPLOS "Dar ejemplos de aplicación"

1) Expresa en fracción:		
A) 20% =	**B)** 7,5% =	**C)** 12% =
2) Expresa en porcentaje:		
A) 0,72 =	**B)** $\frac{1}{10} =$	**C)** $0,\overline{3} =$

3) Calcular el 12% de descuento, por un artículo que vale \$5.400.
4) Determina, que porcentaje es \$2.540 de rebaja, por una compra de \$63.500
5) Calcular cual es, el total de una deuda, sabiendo que el 8% de ella es \$56.000

N°	EJERCICIOS	RESPUESTA
1	Un padre reparte cierta cantidad proporcionalmente a las edades de sus tres hijos, que tienen 10, 15 y 20 años. Las partes del hijo menor suman 420 €. Calcular lo que corresponde a cada uno y la cantidad total resultante. 420	El menor recibe 140 € El mediano recibe 210 € El mayor recibe 280 € El capital repartido es de 630 €
2	Para envasar cierta cantidad de vino se necesitan 8 toneles de 200 litros de capacidad. Se desea envasar la misma cantidad de vino empleando 32 toneles. ¿Cuál deberá ser la capacidad de estos toneles?	50 litros de capacidad cada barril
3	Si 30 máquinas fabrican 5 000 m de tejido en 20 días, ¿cuántas máquinas, iguales a las anteriores, será preciso poner en marcha para producir 7 000 m en 14 días?	Se necesitan 60 máquinas, para fabricar 7000 metros de tela en 14 días, a razón de 500 metros por día.
4	Seis digitadoras preparan 720 páginas en 18 días. ¿En cuántos días, 8 digitadoras, de igual eficiencia que las primeras, prepararán 800 páginas?	15 días.
5	Calcula el 15% de goles marcados por Zamorano de un total de 40 goles marcados por el goleador del campeonato	x = 6 goles
6	Determina qué porcentaje es 357 manzanas podridas de un total de 1.500 manzanas.	x = 23.8%
7	Calcula cuál es la edad de un padre si el 24% de su edad equivale a la edad de su hija de 12 años.	La edad del padre es de 50 años.