

NÚMEROS RACIONALES ($\mathbb{Q}$)

Complementan a los números enteros, ya que contiene expresiones decimales finitas e infinitas (periódicas y semiperiódicas). También está compuesto por fracciones y números mixtos, cuyo numerador y denominador debe ser distinto de cero. Todos los números anteriormente mencionados, están en este conjunto en negativo y positivo. Ver primera imagen.

FRACCIONES

Se compone de dos números, el que está arriba se llama numerador, y el que está abajo se llama denominador.

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Numerador} \\ \leftarrow \text{Denominador} \end{array}$$

Por ejemplo:

- 1) **SUMA Y RESTA:** Existen varios métodos, pero el que usaremos en esta ocasión, utiliza al Mínimo Común Múltiplo. Usted puede utilizar el método que mas le acomode, en cualquier caso debe salir el mismo resultado.

Mínimo Común Múltiplo (MCM): Se utilizan los números primos, números divisibles por uno y por si mismos (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17.....), y en casos especiales el número 10 (cuando todos los números del ejercicio sean divisibles por 10). Si el MCM a calcular son números primos, solo debemos multiplicar los números.

Ejemplos:

❖ MCM de 4, 6, 2

<table><tr><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>12</td></tr></table>	4	6	2	2	2	3	1	2	1	3	1	3	1	1	1	12	Paso 1: Se busca entre los números primos, un número que sea divisible por la mayoría de los números del ejercicio, en este caso es el número 2. Entonces, $4 : 2 = 2$ $6 : 2 = 3$ $2 : 2 = 1$
4	6	2	2														
2	3	1	2														
1	3	1	3														
1	1	1	12														
Paso 2: De los números que quedan, debo volver a buscar un número primo, que divida a varios de los números del ejercicio a la vez. El problema, es que los números del ejercicio, son números primos, por ende, no importa cual número tome, por lo general se toma el que está a la izquierda, en este caso es el número 2. Entonces, $2 : 2 = 1$ $3 : 2 =$ Da un número decimal, en este caso se conserva o baja el número del ejercicio, en este caso es el número 3. $1 : 2 =$ Igual que en el anterior, como da decimal, se debe conservar el número del ejercicio, en este caso es el número 1. Paso 3: Por último, solo queda el número 3, entonces, $1 : 3 =$ Da decimal, se conserva el número 1. $3 : 3 = 1$ $1 : 3 =$ Da decimal, se conserva el número 1. Paso 4: El objetivo, es llegar a puros números unos, en la parte inferior de la tabla. Luego, se debe multiplicar los números de la última columna, la que se creó o formo, es decir: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ Entonces el MCM de 4, 6, 2 es 12																	

❖ MCM de 25, 5, 15 Respuesta: 75

25	5	15	

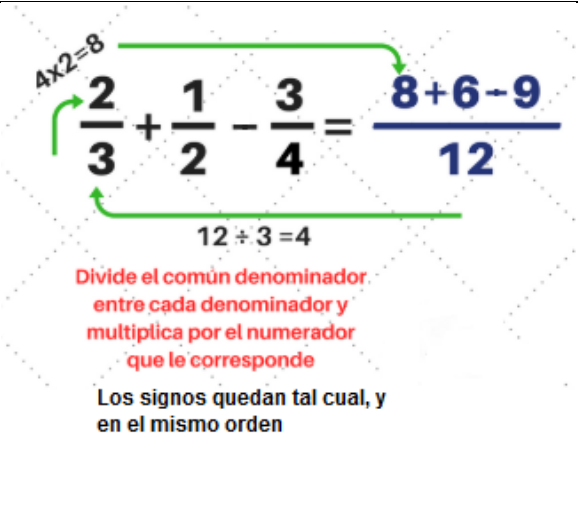
❖ MCM de 20, 100, 120, 4 Respuesta: 600

20	100	120	4	

SUMA Y RESTA: Calculado el mínimo común múltiplo, verificamos que todos los números sean fracciones, en el caso que haya un número entero, demos transformarlo a fracción, dividiéndolo por uno (o trabajas con enteros o trabajas con fracciones, y es mas fácil transformar un entero en fracción), debemos realizar los siguientes pasos:

Ejemplos:

$$\diamond \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} =$$

<u>Paso 1:</u>	Buscamos el mínimo común múltiplo, de los denominadores (3, 2, 4) de las respectivas fracciones, que se quieren sumar y/o restar. En este caso el MCM es 12. El mínimo común múltiplo, se coloca en el denominador de la fracción resultado Los signos queden en la misma posición
$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad + \quad - \quad}{12}$	
<u>Paso 2:</u> El MCM se divide por cada denominador, luego se multiplica por numerador, por ultimo el resultado se coloca en la fracción resultado. Entonces, $12 : 3 = 4 \cdot 2 = 8$ $12 : 2 = 6 \cdot 1 = 6$ $12 : 4 = 3 \cdot 3 = 9$	
 Divide el común denominador entre cada denominador y multiplica por el numerador que le corresponde Los signos quedan tal cual, y en el mismo orden	

Paso 3: De la fracción resultado, se realizan las operaciones respectivas en el numerador, y se conserva el MCM

$$\frac{8+6-9}{12} = \frac{5}{12}$$

Reduce si es posible
(simplificación)

Paso 4: Simplificar, reducir una fracción sin que pierda su valor.

Se divide el numerador y denominador, por el mismo número, sin que de decimal. Se utilizan los números primos, y en el caso, que el numerador y denominador terminen en cero, se puede simplificar por diez.

Es decir, por ejemplo probamos dividir numerador y denominador entre 2 mientras se pueda, después pasamos al 3 y así sucesivamente. Se repite el proceso hasta que no haya más divisores comunes.

Este ejercicio no se puede simplificar, ya que:

5 es divisible por 1 y por 5

12 es divisible por 1, 2, 3, 4, 6.....

En este caso solo el número uno coincide, pero nos queda el mismo número, por ende no sirve.

Paso 5: Por ende nuestro resultado es $\frac{5}{12}$

$$\diamond \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = \text{ Respuesta: } -\frac{5}{4}$$

$$\diamond -\frac{7}{2}-\frac{4}{3}= \quad \text{Re spuesta: } -\frac{29}{6}$$

$$\diamond \frac{8}{3}-\frac{2}{3}-\frac{1}{5}= \quad \text{Re spuesta: } \frac{9}{5}$$

$$\diamond -\frac{1}{3}-\frac{7}{6}+2= \quad \text{Re spuesta: } \frac{1}{2}$$

2) **DIVISION Y MULTIPLICACIÓN:** Debemos utilizar la **REGLA DE LOS SIGNOS**, explicada en la guía anterior, seguimos dividiendo y multiplicando, pero de una manera especial:

REGLA DE LOS SIGNOS				
A	Menos (-)	Y	Mas (+)	Resultado (-)
B	Mas (+)	Y	Menos (-)	Resultado (-)
C	Menos (-)	Y	Menos (-)	Resultado (+)
D	Mas (+)	Y	Mas (+)	Resultado (+)

Multipliación: Para multiplicar fracciones, debemos hacerlo hacia el lado, es decir, numerador con numerador, y aparte denominador con denominador.

Ejemplos:

❖ $\frac{3}{2} \cdot \frac{7}{4} =$	$\frac{3}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 4} = \frac{21}{8}$
❖ $\frac{4}{5} \cdot -\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} =$	$\frac{4}{5} \cdot -\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot -1 \cdot 2}{5 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{-8}{120} = -\frac{1}{15}$ simplificamos por el número 8
❖ $-\frac{1}{6} \cdot -4 =$	<u>RESPUESTA:</u> $\frac{2}{3}$

$$\diamond -\frac{5}{7} \cdot -\frac{2}{3} \cdot -6 \cdot \frac{1}{2} =$$

RESPUESTA: $\frac{10}{7}$

División: Hay diversos métodos, usted puede utilizar el que mas le acomode, el que vamos a usar, es transformar la división de fracciones en multiplicación, dando vuelta solo la segunda fracción, y las que le siguen, si las hay, en el caso que haya un signo negativo, este se debe conservar en la misma posición .

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$$

Ejemplos:

$\diamond \frac{3}{4} : -\frac{7}{9} =$	$\frac{3}{4} \div \frac{-7}{9} = \frac{3}{4} \times \frac{-9}{7} = \frac{-27}{28}$
---	--

$\diamond \quad -\frac{3}{2} \div -\frac{5}{7} =$	$-\frac{3}{2} \div -\frac{5}{7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 5} = \frac{21}{10}$
$\diamond \quad -\frac{8}{9} \div \frac{4}{3} \div -\frac{1}{2} =$	<u>RESPUESTA:</u> $\frac{4}{3}$
$\diamond \quad -\frac{4}{5} \div -2 \div -\frac{1}{3} =$	<u>RESPUESTA:</u> $-\frac{6}{5}$

$$\diamond \frac{1}{9} : -\frac{2}{3} \cdot 5 =$$

$$\text{RESPUESTA: } -\frac{5}{6}$$

$$\diamond -6 \cdot -\frac{1}{3} : -4 =$$

$$\text{RESPUESTA: } -\frac{1}{2}$$

NUMERO MIXTO

Es un número formado por dos partes, una de ellas es un número entero y la otra fraccionaria (aquella cuyo cociente es menor a 1, es decir decimal). Se puede transformar un número mixto a fracción y viceversa, siempre y cuando el numerador sea mayor que el denominador (en el caso de transformar una fracción a número mixto).



Ejemplos: Transformar a fracción y número mixto según corresponda

$\diamond -2\frac{3}{4} =$	En cualquier transformación de números, se mantiene el signo negativo. Después se debe multiplicar el número entero por el denominador de la fracción, es decir: $2 \cdot 4 = 8$ Luego, al número que resulta se debe sumar el numerador de la fracción, es decir: $8 + 3 = 11$ El número resultado se coloca como numerador en la fracción resultado, y se mantiene el denominador de la fracción del número mixto, es decir: $-2\frac{3}{4} = -\frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = -\frac{8 + 3}{4} = -\frac{11}{4}$
----------------------------	---

❖ $\frac{11}{4} =$	Se debe realizar división a mano, ya que entre otras cosas, se necesita el residuo (resto, antes de transformar el número a decimal) de la división, es decir:		
❖ $3\frac{4}{7} =$	RESPUESTA: $\frac{25}{7}$		
❖ $\frac{203}{4} =$	RESPUESTA: $50\frac{3}{4}$		

$$\frac{11}{4} = 11:4$$

PASO 1

$$11': \textcircled{4} = \boxed{2}, \dots$$

3 0

.....

PASO 2

$$\boxed{2} \overline{) 3} \textcircled{4}$$

PASO 3

❖ $-\frac{285}{4} =$	<u>RESPUESTA:</u> $-71\frac{1}{4}$
❖ $\frac{123}{4} =$	<u>RESPUESTA:</u> $30\frac{3}{7}$
❖ $-50\frac{3}{4} =$	<u>RESPUESTA:</u> $-\frac{203}{4}$

EJERCICIOS

I) Utilizar PAPOMUDAS en los siguientes ejercicios.

Recomendaciones:

- Recuerde transformar todos los números a fracción, antes de empezar a realizar el ejercicio.
- Un ejercicio que está en posición vertical, se puede colocar en posición horizontal, respetando las operaciones, y colocando adecuadamente los paréntesis, si lo requiere.

Por ejemplo: $\frac{1}{1+\frac{3}{4}} = 1 : \left(1 + \frac{3}{4}\right)$

- Recuerde simplificar los resultados, y transformar a número mixto en los casos que se pueda.

EJERCICIO	RESULTADO
1) $\frac{1}{4} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} =$	$\frac{37}{28} = 1\frac{9}{28}$
2) $\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} + 2 =$	$\frac{1}{2}$
3) $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{15} - \frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9} =$	$-\frac{4}{9}$
4) $2\left(\frac{1}{2} + 3\right) =$	7
5) $3 - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{2}{5} + 1\right) =$	$\frac{29}{15} = 1\frac{14}{15}$
6) $-\frac{7}{8} : \frac{1}{2} - \left\{-\frac{3}{8} + \left[\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}\right]\right\} =$	$-\frac{71}{40} = -1\frac{31}{40}$
7) $2 - \left[\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \left\{\frac{4}{5} + 3\right\}\right] =$	$\frac{119}{30} = 3\frac{29}{30}$

8) $\left(-\frac{3}{8} + 1\right) : \left(-2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + 1\right) =$	$-\frac{5}{6}$
9) $\frac{1}{1 + \frac{3}{4}} =$	$\frac{4}{7}$
10) $\frac{\left(4 + \frac{2}{5}\right) \cdot 3}{3 : \frac{1}{4}} =$	$\frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$
11) $\frac{2 + \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{3 - 1\frac{1}{4}}} =$	$\frac{70}{9} = 7\frac{7}{9}$
12) $\frac{4}{1 - \frac{2}{5}} - 3 =$	$\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

II) Resuelve los siguientes problemas por el método que prefieras.

Recomendaciones:

- La palabra “DE” significa multiplicación.
- Si se quiere transformar una fracción a litros, centímetros, personas, etc. se debe multiplicar la fracción por el total de litros, centímetros, personas, etc. según corresponda.
- Por lo general se debe trabajar en la misma unidad de medida, por ejemplo: No se debe mezclar fracciones con litros.
- Dejar los resultados simplificados y en número mixtos, en los casos que se pueda.

1) Cuanto es:

A) La mitad de la mitad **Respuesta:** $\frac{1}{4}$

B) La mitad de la tercera parte **Respuesta:** $\frac{1}{6}$

C) La tercera parte de la mitad **Respuesta:** $\frac{1}{6}$

D) La mitad de la cuarta parte **Respuesta:** $\frac{1}{8}$

2) De un deposito que contiene $\frac{5}{6}$ de capacidad, se extraen los $\frac{2}{3}$ de el. ¿Cuánto queda aún en el depósito? **Respuesta:** $\frac{1}{6}$

3) Un hombre pinto ayer los $\frac{3}{8}$ de su casa, y esta mañana la quinta parte de ella.

A) ¿Qué fracción de la casa ha pintado? **Respuesta:** $\frac{23}{40}$

B) ¿Qué fracción le queda por pintar? **Respuesta:** $\frac{17}{40}$

4) Una bodega tiene 32 cajas de crema, cada caja tiene 12 botellas de tres cuartos de litro. ¿Cuántos litros de crema hay en la bodega? **Respuesta:** 288 litros de crema.

5) ¿Cuántos tercios de litro hay en 4 litros?

Respuesta: 12 tercios

6) La maquinaria de la empresa, está trabajando a tres cuartos de su capacidad, por motivos de presupuesto se requiere reducirlo a la mitad ¿Qué fracción de la maquinaria quedaría funcionando?

Respuesta: $\frac{3}{8}$ de su capacidad

7) Tengo \$180.000, si gasto $\frac{3}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuánto dinero me queda?

Respuesta: \$72.000

8) Hay que repartir equitativamente, tres cuartos del trabajo entre 5 personas.

A) ¿Qué fracción del trabajo le toca a cada persona? **Respuesta:** $\frac{3}{20}$ del trabajo.

B) Las horas de trabajo son 15 horas ¿Cuánto le corresponde a cada trabajador?

Respuesta: Dos horas un cuarto $= 2\frac{1}{4}$ horas.